

**Uma análise das dificuldades de ingressantes no curso de Licenciatura em
Matemática na resolução de inequações**

IFSP – campus Guarulhos

Gabriel Oliveira Pinto - Licenciando em Matemática, Instituto Federal de São Paulo –
IFSP – campus Guarulhos

Otávio Furquim - Licenciando em Matemática, Instituto Federal de São Paulo – IFSP –
campus Guarulhos

William Vieira - Doutor em Educação Matemática, Instituto Federal de São Paulo –
IFSP – campus Guarulhos

Roberto Seidi Imafuku - Doutor em Educação Matemática, Instituto Federal de São
Paulo – IFSP – campus Guarulhos

RESUMO:

Com este trabalho, propõe-se analisar as resoluções apresentadas por ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática ao resolverem inequações de primeiro e segundo grau. Foram aplicados e analisados questionários diagnósticos, com seis questões, nas quais abordamos funções, inequações e suas representações, para 42 estudantes do 1º ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino do Estado de São Paulo. A interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais é o referencial teórico que embasou a elaboração do questionário e as análises dos protocolos. Neste trabalho apresentamos a análise da questão que trata da resolução de inequações. A análise dos protocolos revelou que a maioria dos participantes desconhece técnicas básicas de resolução de inequações e tem incompreensões de natureza formal relacionadas ao tema avaliado.

ABSTRACT:

With this paper, the intent is to analyze the resolutions presented from newcomers of a Mathematics School, when resolving first and second degree inequalities. Functions, inequalities and its representations were brought up in diagnostic questionnaires of six questions, that were applied to forty-two newcomers of a public educational institution Mathematics School in the state of São Paulo. The interaction of algorithmic, intuitive and formal aspects is the theoretical framework that based the questionnaire elaboration and the protocols analysis. In this paper we present the analysis of the inequality resolution question. The protocols analysis revealed that the majority of the participants don't know the basic inequality resolution techniques and has formal incomprehensions related to the topic analyzed.

INTRODUÇÃO:

O conceito de desigualdade é um tema amplamente utilizado no desenvolvimento da ciência matemática, sendo destacados nos programas oficiais para o ensino de Matemática da Educação Básica brasileiro (Brasil, 2017; São Paulo, 2012) e internacionais (Ponte et al., 2007; OCDE, 2016).

Nossa pesquisa evidenciou uma dificuldade dos alunos na resolução destas desigualdades, e neste trabalho pretendemos expor essas dificuldades encontradas.

A formação dos futuros professores de Matemática está diretamente relacionada a essas dificuldades, por isso, nesta pesquisa buscamos analisar as dificuldades apresentadas por ingressantes em um curso de licenciatura em Matemática na resolução de inequações. Para este fim, optamos por aplicar as inequações indicadas por Souza (2008) para quarenta e dois licenciandos em Matemática selecionados. Analisamos as respostas seguindo a análise de erros apresentada por Cury (2007). A interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais colocada por Fischbein (1994) é o referencial teórico adotado na análise dos protocolos.

OBJETIVOS:

Objetivamos visualizar como os participantes inter-relacionam aspectos algorítmicos, intuitivos e formais (Fischbein, 1994) na resolução de inequações e são capazes de mobilizar os aspectos intuitivo-numéricos e lógico-formais (Souza, 1998) relacionados ao emprego de técnicas algébricas para a resolução das inequações propostas.

METODOLOGIA:

Foi aplicado um questionário para cada um dos 42 participantes da pesquisa. Os participantes responderam o questionário, sem a utilização de consulta, em um encontro de 100 minutos dentro da própria instituição de ensino em que estudam. Os protocolos foram analisados de maneira qualitativa e os erros mais recorrentes de cada questão foram categorizados em uma tabela segundo a análise de erros proposta por Cury (2007) tendo como referencial teórico a interação de aspectos formais, intuitivos e algorítmicos colocados por Fischbein (1994).

O questionário diagnóstico foi aplicado no período de uma hora e trinta minutos para uma turma de quarenta e dois ingressantes em licenciatura em matemática em uma instituição pública de ensino.

DESENVOLVIMENTO:

O primeiro passo da pesquisa foi ler os atuais registros dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para entender a abordagem dado o estudo das funções e quais conhecimentos a respeito desse

tema que concluintes do ensino Médio e ingressantes no nível superior deveriam ter aprendido.

Nos voltamos ao referencial teórico da pesquisa, nos dedicando a entender as ideias colocadas por Fischbein (1994) sobre o papel da interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais no processo de criação e de aprendizagem matemática.

Com base na literatura de referência e em livros aprovados pelo PNLD, selecionamos seis questões que tratavam sobre funções, inequações e suas representações para serem adaptadas no questionário diagnóstico. Na primeira questão pedimos aos alunos que esprimissem a definição de função, na segunda apresentamos aos alunos gráficos e pedimos que reconhecessem se representavam ou não uma função de x em y , justificando cada uma de suas respostas, na terceira questão pedimos que os participantes encontrassem a solução de duas inequações, na quarta pedimos aos alunos que identificassem elementos do domínio e do contra domínio de uma função com domínio discreto, na quinta pedimos aos alunos que representassem graficamente uma função com domínio discreto e uma função definida por partes, na sexta e última questão pedimos aos alunos que, dado o gráfico de uma função limitada, identificassem o domínio e imagem, o máximo e o mínimo, quais eram os intervalos em que a função era crescente, decrescente ou constante, suas raízes e quais eram os valores da função para dois valores de x dados.

A terceira Questão, que apresentamos nesse resumo, tem o seguinte enunciado:

Resolva as inequações:

a) $5x < 52$

b) $x - 25 \geq 0$

No item a, acreditamos que o intervalo, que pode ser obtido com o emprego de técnicas de resolução do tipo “multiplicar em cruz”, seja encontrado pela maioria dos participantes. No entanto, estamos interessados em observar se os estudantes atentam para o fato de que todos os números negativos também tornam a desigualdade verdadeira e, dessa forma, encontrem $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ ou } x < 0\}$ como solução da inequação.

No item b esperamos que os participantes conseguissem transitar entre as representações algébrica e gráfica no processo de resolução da inequação do segundo grau e, com isso, identificar corretamente $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5 \text{ ou } x \leq -5\}$ como a solução da inequação.

A análise dos protocolos revelou que dois dos quarenta e dois participantes acertaram o item b (Figura q).

Figura q: Resposta de Elisabete (Esquerda) e Georgina (Direita) para a Questão 3.b

b) $x^2 - 25 \geq 0$
 $\Delta = 100$
 $x = \frac{\pm 10}{2}$
 $x_1 = -5$
 $x_2 = 5$
 $S =]-\infty, -5] \cup [5, \infty[$

b) $x^2 - 25 \geq 0$
 $x^2 = 25$
 $x = \pm 5$
 $x_1 = 5$
 $x_2 = -5$
 $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -5 \text{ ou } x \geq 5\}$

Fonte: Arquivo pessoal

No item a, também dois participantes apresentaram desenvolvimento de técnicas de resolução de inequações corretas, porém confundiram-se ao final dos processos e anotaram soluções contrárias às desejadas pelo problema (figura w).

Figura w: Resposta de Syllas e Georgina para a Questão 3.a

1. Resolva as inequações:
 a) $\frac{5}{x} < \frac{5}{2}$ $\Rightarrow \frac{5}{x} - \frac{5}{2} < 0$ $\Rightarrow \frac{5 - 5x}{2x} < 0$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2\}$
 $\frac{0 - 5x}{2x} < 0$
 $\frac{-5x}{2x} < 0$
 $10 - 5x < 0$
 $-5x < -10$
 $x > 2$
 b) $x^2 - 25 \geq 0$
 $x \neq 0$

3. Resolva as inequações:
 a) $\frac{5}{x} < \frac{5}{2}$ $\Rightarrow \frac{5}{x} - \frac{5}{2} < 0$ $\Rightarrow \frac{5 - 5x}{2x} < 0$ $\Rightarrow \frac{10 - 5x}{2x} < 0$
 $10 - 5x < 0$
 $10 < 5x$
 $\therefore x > \frac{10}{5}$
 $x > 2$
 $2x \neq 0$
 $x \neq 0$
 $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2\}$

No Quadro 3, apresentamos uma classificação dos erros nas respostas consideradas incorretas e, em seguida, exemplificamos cada um dos erros. Ressaltamos que uma mesma resposta pode ser enquadrada em mais de uma classe de erro, por isso a soma dos percentuais das classes não totaliza 100%.

Quadro 3 - Erros identificados na Questão 3

	Erro	Freq	%
C ₁	Inverter a desigualdade no item "a"	12	29%
C ₂	Não considerar os valores de x menores que 0 no item "a"	26	62%
C ₃	Tratar a desigualdade como uma igualdade no item "b"	30	71%
C ₄	Fazer a representação gráfica errada em algum dos itens	7	17%
C ₅	Apresentar um valor e não um intervalo como resposta em algum dos itens	12	29%
C ₆	Resposta em branco em algum dos itens	9	21%

Fonte: Elaborado pelos Autores

A resposta de Alzira (figura j) exemplifica a classe de erros C₂, que ocorreu em 62% das respostas. A categoria abrange situações em que os participantes da pesquisa encontraram corretamente o intervalo $x > 2$ como solução da inequação do item "a"; contudo, não atentaram para a possibilidade dos valores negativos para x, tornando suas respostas incompletas. Cumpre ressaltar que nenhum dos 42 participantes atentou para essa possibilidade em suas resoluções. Todas as respostas que não se enquadraram nessa categoria foram deixadas em branco.

Figura j: Resposta de Alzira para a Questão 3.a

3. Resolva as inequações:

a) $\frac{5}{x} < \frac{5}{2}$

$$\frac{5}{x} \times \frac{2}{2} \quad \frac{10}{5} < \frac{5x}{5} \quad x > 2$$

$$S = \{x / x > 2\}$$

Fonte: Arquivo Pessoal

A resposta de Alzira (figura k) representa o erro da categoria C_3 que ocorreu em 71% das respostas. A categoria engloba as respostas ao item “b” na qual os participantes isolaram a incógnita por meio de métodos de resolução de equação e, por isso, encontraram um intervalo incorreto como solução da inequação.

Figura k: Resposta de Alzira para a Questão 3.b

b) $x^2 - 25 \geq 0$

$$x^2 \geq 25$$

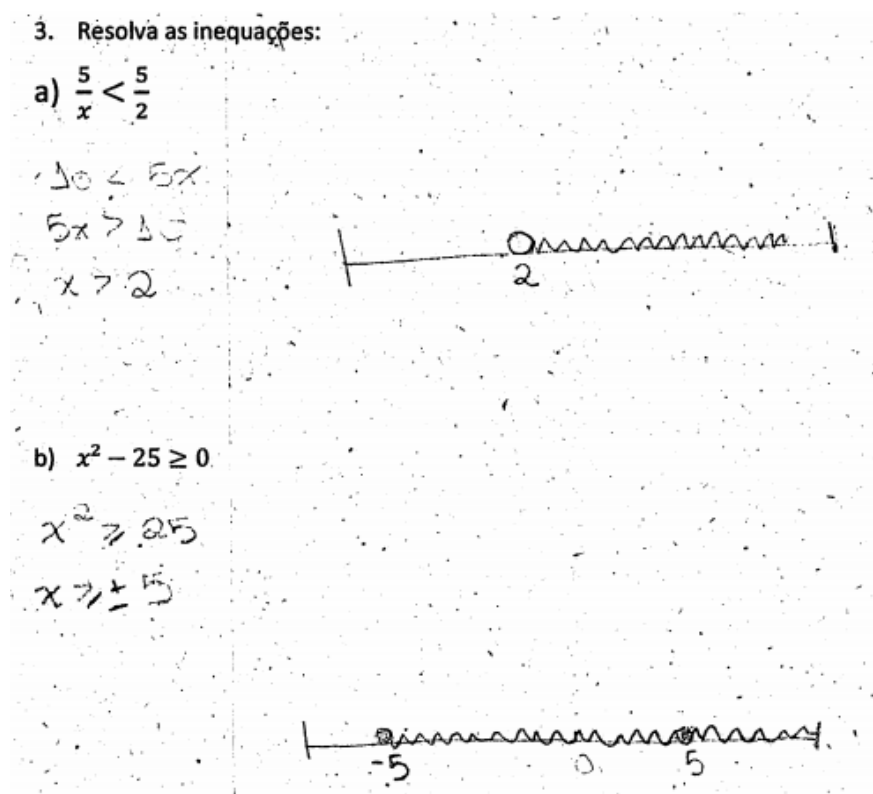
$$x \geq 5$$

$$S = \{x / x \geq 5\}$$

Fonte: Arquivo Pessoal

A resposta de Elsa (figura l) representa o erro da categoria C_4 que ocorreu em 17% das respostas. Nesta categoria se encontram as respostas dos estudantes que optaram por representar graficamente a inequação, mas que não o fizeram corretamente. Na figura l, observamos que Elsa também cometeu os erros das categorias C_2 e C_3 e também comete erro ao representar a reta numérica com essas barras nas extremidades.

Figura I: Resposta de Elsa para ambos os itens da Questão 3.



Fonte: Arquivo Pessoal

As respostas de Felícia (figura m) e Elvira (figura n) representam o erro da categoria C₅ que ocorreu em 29% das respostas. Nessa categoria estão as respostas dos participantes que de resolver as inequações como equações, ou seja, não apresentaram intervalos, mas sim valores únicos como soluções.

Figura m: Resposta de Felícia para a Questão 3.a

3. Resolva as inequações:

a) $\frac{5}{x} < \frac{5}{2}$

$\frac{5}{x} - \frac{5}{2} =$

$\frac{10}{2x} - \frac{5x}{2x} =$

$5x = 10$

$x = \frac{10}{5}$

$x = 2$

$x = \{2\}$

Fonte: Arquivo Pessoal

Figura n: Resposta de Elvira para a Questão 3.b

b) $x^2 - 25 \geq 0$

$x^2 - 25 = 0$

$x = 5$

Fonte: Arquivo Pessoal

CONSIDERAÇÕES FINAIS:

O método de resolução mais comum do item a, em que os estudantes realizam a “multiplicação em cruz”, pode ser fruto da ideia de que uma inequação pode ser tratada como uma equação, e essa ideia, além de formalmente errada, não favorece a transição entre outras representações de uma inequação, pois dessa forma os participantes chegam a uma resposta única que pode ser intuitivamente atribuída como a correta. Uma representação gráfica, por outro lado, permitiria que os estudantes visualisassem com mais facilidade que valores negativos também tornavam a desigualdade verdadeira.

A forte presença dos aspectos intuitivos nas tentativas de responder a inequação do item a como uma equação se repete também no item b. Os 71% de ocorrência do erro C₃ reforça essa ideia. Em todos esses casos, os alunos apenas tentaram encontrar o valor de x e assim que o fizeram pararam suas resoluções, sem refletir sobre os valores encontrados. Testes rápidos de substituição de valores encontrados mostrariam que a desigualdade não era verdadeira nas soluções obtidas. Por exemplo, na figura 1, Elsa encontrou o conjunto solução $x \geq -5$ e substituindo $x = 0$ encontra-se que $-25 \geq 0$, um absurdo lógico. Mas esse tipo de reflexão não ocorreu.

Comum aos dois itens, o tratamento de inequações como equações revelam percepções e ideias equivocadas dos participantes sobre a resolução de inequações. Como pudemos ver nas figuras m e n, os participantes apresentaram valores únicos como respostas para inequações. Esse tipo de erro, parece refletir uma formação que não favorece a inter-relação de aspectos formais, algorítmicos e intuitivos que acreditamos ser uma das formas de minimizar a ocorrência desses erros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BRITO, D. O conceito de função em situações de modelagem matemática. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v.13 – n. 23 – jan./jun. 2005.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.
CURY, H. N. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 1a. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FISCHBEIN, E.; TIROSH, D.; MELAMED, U. Is it possible to measure the intuitive acceptance of a mathematical statement? In GOOS, M. (Org.). Educational Studies in Mathematics. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1981. p. 491–512.

FISCHBEIN, E. The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. In BIEHLER, R. et al. (Org.) Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1994. p. 328-375.

ROBERT, A. L'acquisition de la notion de convergence des suites numérique dans l'enseignement supérieur. Divers articles de Mathématiques, 442f. Tese de Doutorado, Paris VII, 1982a.

SOUZA, V. H. G. de. O uso de vários registros na resolução de inequações: Uma abordagem funcional gráfica. 1998. 307 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. In GOOS, M. (Org.). Educational Studies in Mathematics. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1981. p. 151-169.